

**本科生毕业论文（设计）**

题目：\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*

\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*研究

**学 院： 理学院**

**专 业： 数学与应用数学**

**班 级：** 0000

**学 号：** 0000

**学生姓名： 张三**

**指导老师： 李四**

**提交日期：** 2023.6.5

浙江工业大学

本科生毕业设计(论文、创作)诚信承诺书

本人慎重承诺和声明：

1. 本人在毕业设计（论文、创作）撰写过程中，严格遵守学校有关规定，恪守学术规范，所呈交的毕业设计（论文、创作）是在指导教师指导下独立完成的；

2. 毕业设计（论文、创作）中无抄袭、剽窃或不正当引用他人学术观点、思想和学术成果，无虚构、篡改试验结果、统计资料、伪造数据和运算程序等情况；

3. 若有违反学术纪律的行为，本人愿意承担一切责任，并接受学校按有关规定给予的处理。

学生（签名）：

年 月 日

**浙 江 工 业 大 学**

**本科生毕业设计（论文、创作）任务书**

专 业\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ 班 级\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ 学生姓名/学号\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

**一．设计（论文、创作）题目：**

**二．主要任务与目标：**

**三．主要内容与基本要求：**

**四．计划进度：**

**五．主要参考文献：**

任务书下发日期 年 月 日

设计（论文、创作）工作自 年 月 日 至 年 月 日

设计（论文、创作）指导教师（签名）

学科（方向）负责人（签名）

主管院长（签名）

\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*研究

学生姓名：张三 指导教师：李四

浙江工业大学理学院

摘 要

基于梯度恢复技术PPR和Hessian矩阵恢复技术，本文构建了一种求解双调和方程的线性有限元方法，并以此为基础构建了求解Cahn-Hilliard相场方程的新型算法。……

**关键词：**相场方程，双调和方程

RESEARCH ON \*\*\*\*\*\*\*\*\*\* EQUATIONS

Student: Zhang Shan Advisor: Li Si

College of Science

Zhejiang University of Technology

ABSTRACT

Based on the gradient and Hessian recovery technique, a linear finite element method for biharmonic equations is proposed. Then we extend the presented method to ····

**KEY WORDS:** Phase-field equation, Biharmonic equation

### 目 录

[中文摘要 I](#_Toc23253)

[英文摘要 II](#_Toc4442)

[目 录 III](#_Toc15211)

[表目录 V](#_Toc26250)

[图目录 V](#_Toc18856)

[第一章 绪论 1](#_Toc10136)

[1.1 相场\*\*\*\*\*\*概述 1](#_Toc9724)

[1.2 双调\*\*\*\*\*\*概述 1](#_Toc24229)

[1.3 梯度\*\*\*\*\*\*研究概述 1](#_Toc25568)

[1.4 本文的主要工作及结果 1](#_Toc9850)

[1.5 本章小结 1](#_Toc2044)

[第二章 \*\*\*\*\*\* 2](#_Toc18164)

[2.1 \*\*\*\*\*\* 2](#_Toc325)

[2.2 \*\*\*\*\*\* 2](#_Toc18323)

[2.2.1 \*\*\*\*\*\* 2](#_Toc4804)

[2.2.2 \*\*\*\*\*\* 2](#_Toc716)

[2.2.3 \*\*\*\*\*\* 2](#_Toc716)

[2.3 本章小结 2](#_Toc25691)

[第三章 \*\*\*\*\*\* 3](#_Toc6381)

[3.1 \*\*\*\*\*\* 3](#_Toc25833)

[3.2 \*\*\*\*\*\* 3](#_Toc9096)

[3.3 \*\*\*\*\*\* 3](#_Toc8417)

[3.4 \*\*\*\*\*\* 3](#_Toc23142)

[3.5 本章小结 3](#_Toc5990)

[第四章 \*\*\*\*\*\* 4](#_Toc24501)

[4.1 \*\*\*\*\*\* 4](#_Toc9699)

[4.2 \*\*\*\*\*\* 4](#_Toc16758)

[4.3 \*\*\*\*\*\* 4](#_Toc538)

[4.4 本章小结 4](#_Toc11526)

[第五章 \*\*\*\*\*\* 5](#_Toc12519)

[5.1 \*\*\*\*\*\* 5](#_Toc30148)

[5.2 本章小结 6](#_Toc23129)

[参考文献 7](#_Toc25864)

[致 谢 8](#_Toc25087)

# 表目录

[表5-1 例1在Delaunay网格\*\*\*\*\*\* 5](#_Toc120885356)

[表5-2 例1在均匀网格\*\*\*\*\*\* 5](#_Toc120885357)

# 图目录

[图5-1 两种网格形式 5](#_Toc120884785)

[图5-1 网格图像 6](#_Toc120884786)

第一章 绪论

## 1.1 相场\*\*\*\*\*\*概述

相场方程又称“扩散界面方程”，是一类…等领域均有广泛应用[1]。相场方程具有两个主要特征[2]，一是…，二是…，因此…。

…

1. Axxxx-XXXn方程

; (1.1)

1. Cxxx-Xxxxd方程

; (1.2)

## 1.2 双调\*\*\*\*\*\*概述

双调和方程的算法设计在相场方程的数值模拟中起到关键作用，双调和方程的一般形式为

; (1.3)

其中为上的有界区域，是边界上的单位外法向量。

…

## 1.3 梯度\*\*\*\*\*\*研究概述

梯度恢复技术[21]是…等领域均有良好应用。

目前在算法设计和工程计算中应用较广的梯度恢复方法有两种：一是…。二是…。

## 1.4 本文的主要工作及结果

本文··

## 1.5 本章小结

本章··

第二章 \*\*\*\*\*\*

在本章中，我们将介绍本文需要用到的…

## 2.1 \*\*\*\*\*\*

取为中的有界连通区域，…

·：函数关于的经典偏导数，其具体定义为…

## 2.2 \*\*\*\*\*\*

## 2.2.1 \*\*\*\*\*\*

在介绍…，具体如下

上的有界连通区域的三角网格划分，具体含义为

; (2.12)

其中为三角区域。

…

## 2.2.2 \*\*\*\*\*\*

…

## 2.2.3 \*\*\*\*\*\*

本节将…

**性质一：线性性质**

**定理2.1**：微分恢复算子为线性算子，即对，实数，有

; (2.13)

## 2.3 本章小结

本章…

第三章 \*\*\*\*\*\*

本章考虑…

## 3.1 \*\*\*\*\*\*

…

## 3.2 \*\*\*\*\*\*

…

## 3.3 \*\*\*\*\*\*

在上一节中我们得到了…

## 3.4 \*\*\*\*\*\*

本节将讨论如何…

## 3.5 本章小结

本章…

第四章 \*\*\*\*\*\*

本章考虑以下…

## 4.1 \*\*\*\*\*\*

**定理4.1（XX问题）** 问题(4.1)的变分问题为：…

…

**证明** 从问题(4.1)出发，由…

## 4.2 \*\*\*\*\*\*

本节讨论…

## 4.3 \*\*\*\*\*\*

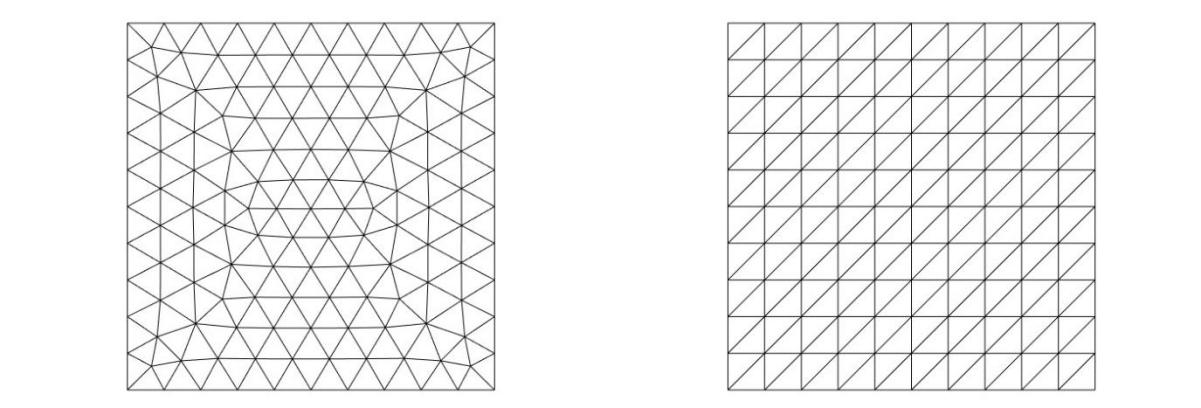
…

## 4.4 本章小结

本章…

第五章 \*\*\*\*\*\*

在本章中，我们将…



**(a) (b)**

**图** **5-1 两种网格形式(a)为Delaunay网格，(b)为Delaunay网格**

**Figure 5-1 Two kinds of grid in this chapter: (a) is Delaunay grid and (b) is Delaunay grid**

## 5.1 \*\*\*\*\*\*

…

**表5-1** **例1在Delaunay网格\*\*\*\*\*\***

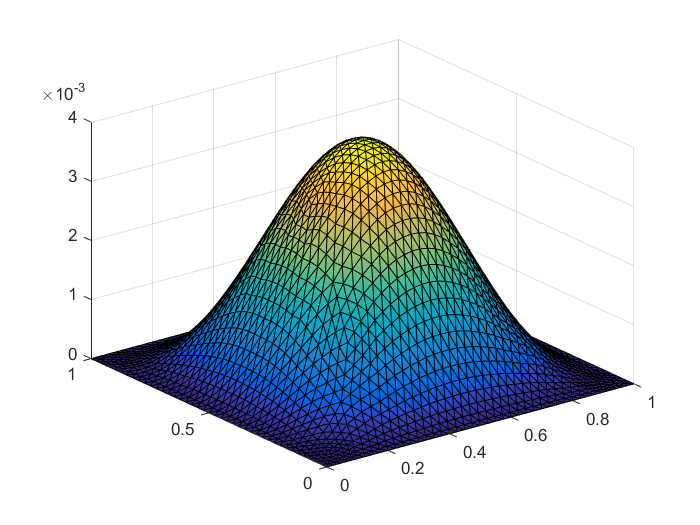
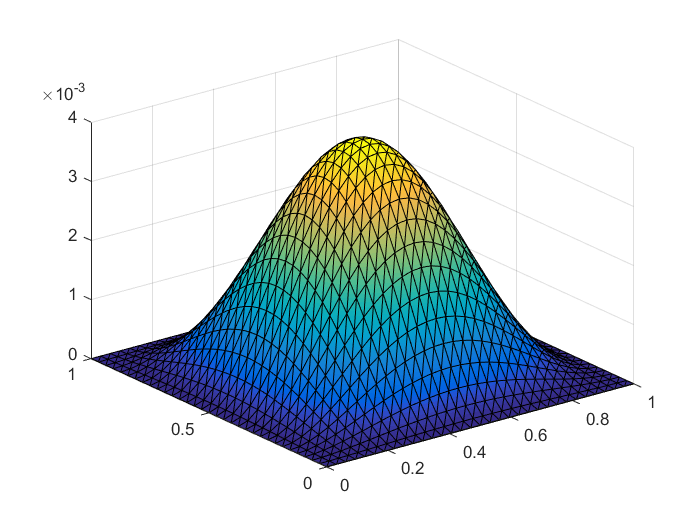
**Table 5-1 Example 1 in Delaunay Grid \*\*\*\*\*\***

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 自由度 |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |

**表5-2** **例1在均匀网格\*\*\*\*\*\***

**Table 5-2 Example 1 in a uniform grid \*\*\*\*\*\***

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 尺寸 | 自由度 |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |

**(a) (b)**

**图 5-2 网格图像，(a)为****Delaunay网格的图像，(b)为均匀网格的图像**

**Figure 5-2 Grid images, (a) is the image of the Delaunay grid, (b) is the image of the uniform grid**

## 5.2 本章小结

本章…

# 参考文献

1. Bertozzi A L, Esedoglu S, Gillette A. Inpainting of binary images using the Cahn-Hilliard Bertozzi A L, Esedoglu S, Gillette A. Inpainting of binary images using the Cahn-Hilliard equation [J]. IEEE Transactions on image processing, 2006, 16(1): 285-291.
2. F. Bao, R. H. Deng, W. Mao. Efficient and practical fail exchange protocols with off-line TTP [A]. Proc of the 1998 IEEE Symposium on Security and Privacy [C]. Oakland: IEEE Computer Press, 1998. 77～85.
3. 殷剑宏，吴开亚. 图论及其算法[M]. 合肥：中国科学技术大学出版社，2004.
4. 朱建立. 面向对象的分布式知识处理系统[D]. 北京：中国科学院计算技术研究所, 1987.

致 谢

本论文是…。

感谢…。